

ANÁLISIS DE CONTENIDO EN TEXTOS HISTÓRICOS DE MATEMÁTICAS

Miguel Picado y Luis Rico

En este artículo presentamos algunas reflexiones sobre la aplicación de la técnica de análisis de contenido en el estudio de textos históricos de matemáticas. Este trabajo se apoya en una investigación realizada en el año 2009 sobre el tratamiento dado al sistema métrico decimal en textos de matemáticas en España, en la que se analizó una selección de textos editados en la segunda mitad del siglo XIX. El estudio ha permitido la identificación de tres etapas que caracterizan los textos utilizados para la difusión de las nuevas pesas y medidas españolas en la época seleccionada.

Términos claves: Análisis de contenido; Conceptos matemáticos; Contextos y situaciones; Sistema métrico decimal; Sistemas de representación; Textos de matemáticas

Content Analysis in Historical Texts in Mathematics

In this paper we present some reflections on the application of the technique of content analysis in the study of historical texts in mathematics. This work is based on a study conducted in 2009 on the treatment of the metric system in mathematics texts in Spain in which a selection of texts published in the second half of the nineteenth century was analyzed. The study provided the identification of three stages that characterize the texts used for the dissemination of new Spanish weights and measures in the selected period.

Keywords: Content analysis; Contexts and situations; Mathematical concepts; Mathematical texts; Metric system; Representation systems

ALGUNAS CONSIDERACIONES SOBRE EL ANÁLISIS DE CONTENIDO

El análisis de contenido se orienta a la inferencia mediante el análisis y estudio sistemático, objetivo y cuantitativo (o cualitativo) de las ideas y mensajes en diversos documentos o registros (Bardin, 1977; Berelson, 1952; Kerlinger, 1981).

Este análisis se ha concebido también como una “técnica de investigación destinada a formular, a partir de ciertos datos, inferencias reproducibles y válidas que puedan aplicarse a un contexto” (Krippendorff, 1990, p. 28).

Desde esta contextualización, la aplicación de la técnica puede extenderse a diversos campos como la Historia de la Educación. Cohen y Manion (2002) han apuntado que “la técnica del análisis de contenido puede aplicarse a aspectos seleccionados de la investigación histórica en educación” (p. 93), ejemplificándolo con el análisis de documentos educativos y el examen del contenido de los libros de texto en diferentes momentos históricos. Esta manera de concebir y aplicar el análisis de contenido en la Historia de la Educación ha sido considerada en diversas investigaciones relacionadas con la Educación Matemática (Fernández y Rico, 1992).

Las investigaciones en Educación Matemática sobre el análisis de libros de texto —i.e. documentos con propósitos didácticos— deben considerar esta naturaleza didáctica. Segovia y Rico (2001) afirman que esta finalidad consiste en transmitir una diversidad de significados para una adecuada y correcta comprensión de los conceptos formales que se presentan en ellos.

Así, el análisis de contenido de un texto estará centrado en subrayar y explicar determinados aspectos de las matemáticas escolares que, desde el punto de vista didáctico, son de interés para una investigación.

Rico, Marín, Lupiáñez y Gómez (2008) proponen el análisis de contenido entendido como “una herramienta técnica para establecer y estudiar la diversidad de significados de los contenidos de las matemáticas escolares” (p. 9) orientada al diseño y planificación de unidades didácticas, como parte del desarrollo de capacidades profesionales en esta área para la enseñanza de las matemáticas. La propuesta abarca tres focos: (a) análisis de la estructura conceptual, (b) estudio de las representaciones y (c) análisis fenomenológico.

El primero se entiende como un sistema organizado de conceptos y procedimientos que contempla tres niveles para el conocimiento conceptual: hechos, conceptos y estructuras; y otros tres para el conocimiento procedimental: destrezas, razonamientos y estrategias. Gómez (2002) apunta que en este foco toman realce las descripciones de los conceptos, las interrelaciones entre estos y la estructura matemática que los organiza y justifica.

El segundo tiene que ver con los sistemas de representación utilizados en el contenido matemático que se estudia, que manifiestan diferentes facetas de un mismo concepto matemático. En este punto, la descripción de los sistemas de re-

presentación permite la identificación y delimitación de las subestructuras matemáticas que forman parte de la estructura matemática presentada (Gómez, 2002).

Finalmente, con el análisis fenomenológico se determinan las situaciones y contextos con los que se presentan los contenidos en estudio. Es decir, la modelización de fenómenos sociales, naturales y matemáticos a través de la estructura matemática reconocida en el texto.

El Análisis de Textos de Matemáticas

Las iniciativas por responder a diversas cuestiones sobre el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas han llevado a la realización de diversos estudios sobre el análisis de textos o manuales escolares, tendencia que se ha convertido en una línea más de la investigación en Didáctica de la Matemática (Gómez, 2011).

Desde una perspectiva histórica, el análisis de libros de texto permite responder a cuestiones educativas que la historiografía tradicional no ha logrado explicar (Schubring, 1991). Entre ellas, el análisis de los conceptos y sus representaciones, o de las situaciones y contextos utilizados para su presentación.

Específicamente, como técnica de análisis, el análisis de contenido ha formado parte relevante en los trabajos realizados por miembros de diversos grupos de investigación en Didáctica de las Matemáticas —como el Grupo de Investigación Pensamiento Numérico y Algebraico de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática— para abordar el estudio de diversas temáticas sobre las matemáticas escolares y el análisis de documentos didácticos.

Para esta última tendencia, la propuesta descrita por Rico et al. (2008) ha empezado a utilizarse en el desarrollo de investigaciones basadas en el análisis de textos históricos de matemáticas dentro del Grupo Pensamiento Numérico del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada (Maz, 2005; Maz y Rico, 2009; Picado, 2009).

ANÁLISIS DE TEXTOS DE MATEMÁTICAS EN ESPAÑA EN LA SEGUNDA MITAD DEL SIGLO XIX

A partir de las ideas de autores como Cardoso (1989), Cohen y Manion (2002), Grajales (2002) y Vilar (1980) podemos entender la investigación histórica como el estudio de las unidades de relación entre los hechos sociales y el acontecer sucesivo e imprevisto de los mismos y, en la práctica del investigador, como el esfuerzo que éste realiza para establecer sucesos en el ámbito de su interés.

Esta manera de realizar investigación ha empezado a formar parte de la agenda investigativa en las últimas décadas y a atraer la atención de investigadores en áreas como la educación matemática (Maz y Rico, 2007; Sierra y González, 2003).

Esta fundamentación sobre la investigación histórica, el interés por estudiar el Sistema Métrico Decimal (SMD) en España, el estudio de antecedentes sobre

su inclusión en textos de matemáticas (Aznar, 1997; Sierra, Rico y Gómez, 1997) y la factibilidad de aplicar la técnica de análisis de contenido en textos históricos de matemáticas, nos condujo a plantear una propuesta investigativa que resaltara las estrategias didácticas en una época durante la implantación de un nuevo conocimiento: las unidades de pesas y medidas de un nuevo sistema métrico, en distintos ámbitos —social, científico, educativo, político y comercial—.

El propósito de este trabajo fue estudiar históricamente el tratamiento del SMD en textos de matemáticas en España durante el período 1849-1892, período seleccionado por la promulgación de dos leyes relevantes de pesas y medidas en este proceso: la Ley de 19 de julio de 1849, con la que se establecía un único sistema de pesas y medidas, y la Ley de 8 de julio de 1892, que declaraba la obligatoriedad definitiva del uso del sistema.

METODOLOGÍA

A partir de las consideraciones de Ruíz (1997), Salkind (1999) y Sierra y González (2003) sobre el método histórico se definieron cinco fases para llevar a cabo el estudio:

- ◆ planteamiento de la investigación —que incluyó la definición del problema, el campo y tipo de investigación, la definición de objetivos y conjeturas—;
- ◆ búsqueda, localización y selección de las fuentes documentales y proceso de crítica histórica;
- ◆ análisis de la documentación;
- ◆ integración e interpretación de los datos y verificación de la conjetura; y
- ◆ exposición de los resultados.

El estudio corresponde a una investigación cualitativa-descriptiva en el campo de la investigación histórica, cuyos objetivos pretendían: (a) la descripción del contexto social, cultural y científico en que se presentaban las unidades de medida del SMD; (b) la descripción de los textos de matemáticas sobre el SMD; (c) el establecimiento de categorías para la clasificación y análisis del contenido de los textos; y (d) una descripción de los aportes realizados por matemáticos e instituciones científico-académicas españoles en el proceso de implantación del SMD. Se partió de una conjetura que establecía que el proceso de difusión e implantación en España del SMD se podía caracterizar en términos de fines, etapas y documentos.

La fase de selección de las fuentes se llevó a cabo mediante la búsqueda y localización de textos en la Biblioteca General de la Universidad de Granada y la Biblioteca Nacional de España que condujo a una lista considerable de textos relacionados a la temática, haciéndose necesaria la definición de criterios de selección.

Los criterios de selección definidos consideraron la inclusión de la denominación SMD en el título de la obra, la fecha y el lugar de publicación, y la disponibilidad y originalidad del texto. Reducida la cantidad de textos, con la aplicación de estos criterios, se definieron tres más para llevar a cabo una segunda selección: (a) la representatividad del texto en el proceso de implantación del SMD, a partir del reconocimiento y la definición de tres etapas históricas (1849-1867, 1868-1879 y 1880-1892); (b) la finalidad (educación formal, educación informal, comercio, legal y otra); (c) el estilo del texto (e.g., cartilla, memoria, tablas, libro, etc.); y (d) la profesión y relevancia del autor en la época.

El proceso de selección de textos produjo un listado de doce textos que finalmente fueron analizados y que se presentan en la Tabla 1, organizados de acuerdo con la etapa.

Tabla 1

Textos Seleccionados Organizados por Etapas

1849-1867
López, F. (1852). <i>Elementos de aritmética, arreglados al nuevo sistema de pesos y medidas métrico-decimal</i> . Cáceres, España: Imprenta de Nicolás M. Jiménez.
Vallejo, J. M. (1852). <i>Explicación del sistema decimal o métrico, aplicado a las pesas, medidas y monedas</i> (2ª ed.). Madrid, España: Imprenta de M. Jiménez.
Valero, J. (1853). <i>Sistema métrico decimal puesto al alcance de todos</i> . Zaragoza, España: Imprenta y Librería de José Bedera.
De las Morenas, M. (1867). <i>Primera parte del compendio de aritmética: concretada al sistema métrico-decimal, razonada y acomodada a la inteligencia de los niños</i> (2ª ed.). Don Benito, España: Imprenta de Amalio Gallarde Valadés.
1868-1879
López, R. (1868). <i>Sistema métrico-decimal al alcance de todas las personas, seguido de la tabla de equivalencias entre las pesas y medidas de este sistema y las antiguas de Castilla</i> . Madrid, España: Imprenta de J. Vallejo.
Cobo, E. (1876). <i>Manual de fracciones decimales: equivalencias y relación de valores entre las unidades del sistema métrico decimal y el antiguo</i> . Cádiz, España: Tipografía de La Paz.
1880-1892
Álvarez, S. (1880). <i>El propagador métrico ó sea nuevo libro de cuentas ajustadas por el sistema métrico decimal...</i> Madrid, España: Imprenta y Librería de los hijos de Vázquez.
Muñiz, M. (1880). <i>Cartilla métrica o sea breve explicación del sistema métrico-decimal: para uso de los establecimientos mercantiles y de las familias</i> . Oviedo, España: Imprenta y Litografía de Vicente Brid.

Tabla 1

Textos Seleccionados Organizados por Etapas

-
- Soriano, V. (1883). *Aritmética para uso de los niños con nociones del nuevo sistema métrico-decimal, medios de reducir por una simple multiplicación las unidades de este sistema al antiguo y viceversa*. Madrid, España: Librería de Gregorio Hernando.
- Instituto Geográfico y Estadístico. (1886). *Equivalencias entre las pesas y medidas usadas antiguamente en las diversas provincias de España y las legales del sistema métrico-decimal*. Madrid, España: Imprenta de la Dirección General del Instituto Geográfico y Estadístico.
- Pastor, A. (1892). *Tratado del sistema métrico decimal*. Calahorra, España: Tipografía de Andrés C. Ciriano.
- Romero, A. (1892). *Tablas de reducción de pesas y medidas del sistema métrico decimal al antiguo aragonés y viceversa*. Zaragoza, España: Tipografía de Julián Sanz y Navarro.
-

Para la fase de análisis se consideraron tres focos de caracterización: autor, estructura del texto y contenido. Los dos primeros focos consideraron las categorías propuestas por Maz (2000), salvo una reorganización de las correspondientes a la caracterización del autor en dos dominios: información personal e información profesional o laboral. Así, las categorías para la caracterización del autor incluyen nombre, profesión, lugar de formación, vínculo con matemáticos y obras publicadas. La caracterización de la estructura del texto se logra a partir de la determinación del año, edición, lugar e imprenta, población diana, finalidad y objetivos, organización del contenido, tipo de texto, estilo de presentación de la información y las referencias en el texto.

Considerando la técnica de análisis de contenido, para la caracterización del contenido, se definieron categorías que facilitarían el reconocimiento y la identificación de la estructura matemática en estudio: el SMD, las representaciones, los contextos y las situaciones en que éste se mostraba en el texto. Inicialmente, estas categorías fueron agrupadas en tres dominios (Picado, 2009).

Generalidades y opiniones. Esta categoría se refiere al origen del SMD, su inclusión en la enseñanza y a las opiniones y directrices surgidas a raíz de su implantación.

Contenido matemático. Esta categoría abarca aspectos como los conocimientos matemáticos involucrados (conceptos de número, magnitud, cantidad, medida y unidad, tipos de magnitud, SMD, definición de metro, unidades básicas de medidas, múltiplos y submúltiplos, unidad monetaria, procedimientos), los sistemas de representación (ilustraciones, tablas, gráficos, figuras), y las situaciones mostradas (ejemplos y ejercicios).

Didáctico. Esta categoría se asocia a las estrategias propuestas o sugeridas por el autor como métodos para la enseñanza y el aprendizaje de las unidades y equivalencias entre el SMD y el sistema de pesas y medidas antiguo o tradicional en España. Entre estas destacan las del dominio de contenido matemático como la fuente de datos para el análisis de contenido. Las otras categorías (generalidades, opiniones y didácticas) han proporcionado datos independientes al análisis realizado.

ANÁLISIS

Los resultados del análisis los ilustramos con la información obtenida de uno de los textos estudiados, enfocando el dominio de contenido matemático. El texto corresponde a De las Morenas (1867) (ver Tabla 1).

Conceptos

El autor hace énfasis en tres conceptos previos: unidad, cantidad y número. Se omiten las definiciones de magnitud y medida.

Unidad, Cantidad y Número

A partir de sus definiciones en el texto, se aprecia una relación entre estos tres conceptos. La cantidad es concebida y presentada como todo aquello apreciable o medible, la unidad es una cantidad establecida con la que se compara cualquier otra de su misma especie que se quiera apreciar o medir, y el número es el resultado de esta comparación entre unidad y cantidad.

Un aspecto interesante es la clasificación de la unidad presentada por el autor. En esta, las unidades del sistema métrico, como la distancia y la superficie, y otras como el tiempo y los cuerpos, son unidades arbitrarias determinadas por el hombre para medir, distintas a las denominadas “unidades forzosas” que corresponden a las determinadas por la naturaleza o el arte, como un hombre o una casa. De manera similar se presenta una clasificación de la cantidad en discreta y continua con algunos ejemplos para cada una de ellas. Se aprecia un interés de De las Morenas por estructurar ordenadamente los conceptos presentados.

El número se entiende como “el resultado de comparar la unidad con la cantidad”, considerándose que es la “mejor definición dada del número por los matemáticos” (p. 9). Esto podría ser el indicio de algún tipo de consulta bibliográfica o personal sobre este concepto hecha por el autor y que en el texto se muestra desde el criterio o la opinión de los matemáticos consultados de la época.

A pesar de no estar indicadas en el texto, se pueden reconocer algunos tipos de magnitudes consideradas en el SMD como longitud, superficie, capacidad, volumen, peso y moneda.

SMD, Unidades Básicas, Múltiplos y Divisores

El autor presenta dos concepciones sobre el SMD. La primera como una ampliación del ya conocido y utilizado sistema decimal “concretado al metro y demás unidades que de ésta se originan” (p. 6). La segunda como una colección de unidades originadas del metro. A estas dos formas de concebir el sistema métrico se agregan las definiciones de sistema decimal y sistema de numeración. Al parecer el autor se interesa por mostrar las relaciones entre los conceptos bajo estudio y otros con alguna similitud o influencia.

Lo anterior permite afirmar que el SMD se presenta como una colección de once términos que determinan sus unidades, múltiplos y divisores, derivadas del metro, las cuales aumentan y disminuyen de diez en diez como sucede en la numeración, y acompañadas de una serie de reglas necesarias para el establecimiento de un orden y su combinación.

En cuanto al metro, este se contempla desde dos puntos de vista: un punto de vista científico-técnico, a partir del cual se define como igual a la longitud de la diezmillonésima parte de un cuadrante de meridiano; y un punto de vista etimológico, como la palabra griega cuyo significado es medida.

Las unidades de medida se presentan detallando su funcionalidad como unidades para la medición de distintas magnitudes y su origen a partir del metro, sus múltiplos o divisores. Para estos últimos se muestran de forma clara y concisa las equivalencias entre cada múltiplo o divisor con la unidad básica, así como las situaciones en que tienen uso prioritario.

El metro se usa en el comercio: el decámetro en la agricultura para cuadrar superficies: el hectómetro no tiene aplicación: el kilómetro para determinar distancias entre poblaciones: el miriámetro para determinar grandes distancias en el globo y en el espacio. (p. 42)

Para el sistema monetario, el escudo es presentado como la moneda legal y este se acompaña de una lista con las denominaciones y equivalencias para cada tipo de material (oro, plata y bronce).

Procedimientos

La mayor parte de las indicaciones incluidas en los apartados sobre el SMD se enfocan en el desarrollo y aplicación de destrezas, como la formación de las distintas denominaciones de múltiplos y submúltiplos, la lectura de números métricos y la aplicación de operaciones aritméticas para la reducción de números métricos de una a otra denominación.

La aplicación directa de operaciones para la reducción o conversión de unidades entre sistemas es una destreza que adquiere y utiliza el niño. Sin embargo, su constante utilización puede llevarle a desarrollar cierta habilidad para estimar las equivalencias entre unidades de medida. Esto, según la propuesta de Rico et al. (2008) sobre el contenido procedimental, reflejaría un paso del nivel básico de destrezas a un nivel superior de complejidad.

Sistemas de Representación

En el texto los conceptos son presentados de cinco modos: textual, numérico, simbólico, tabular y gráfico.

Textual. El autor hace uso de la narración para la presentación de ideas. Las definiciones y procedimientos se muestran por medio de una cantidad considerable de texto en la que se incluyen y detallan los aspectos que el autor considera oportunos para una mejor comprensión del contenido (ver Figura 1).

57. Para reducir unidades de uno á otro sistema se multiplica por el número de las que se quiere reducir, el valor que cada una de ellas tiene respecto á su correspondiente de otro sistema. Ejemplos:

Reducir 485 varas á metros. Puesto que la vara vale 0,863 de metro, tendremos $0,863 \times 485 = 565,46$ m.

Figura 1. Representación textual (p. 50)

Numérico. Se recurre a los números para la presentación de cantidades métricas y antiguas, y para la explicación de algunos procedimientos (ver Figura 2).

El m.² Dm.² m.² dm.² cm.²
848654,6058 metros cuadrados.

Figura 2. Representación numérica (p. 43)

Simbólico. Se utiliza una combinación de signos (letras o números) para la identificación de cantidades correspondientes a determinadas unidades de medida, para la presentación de cantidades de las unidades métricas y para la presentación de conceptos geométricos. Por ejemplo, se incluyen las letras para representar los vértices de cuadrados: “consta de un cuadrado *A, B, C, D*; que tiene un metro por cada lado, y se divide en cien partes iguales á la *a, s, n, o*, representando un decímetro cualquiera de sus lados” (p. 42), y las abreviaturas de unidades, múltiplos y submúltiplos (ver Figura 3).

Tabular. Se utilizan tablas o cuadros para la presentación de información relacionada al concepto, como es el caso de las relaciones entre unidades principales, múltiplos y submúltiplos, y la presentación de abreviaturas para los términos (Figura 3).

METRO.	GRAMO.	LITRO.
El milímetro....mm.	El miligramo....mg.	El mililitro.....ml.
El centímetro....cm.	El centígramo....cg.	El centilitro.....cl.
El decímetro....dm.	El decígramo....dg.	El decilitro.....dl.
El metro.....m.	El gramo.....g.	El litro.....l.
El decámetro...Dm.	El decágramo...Dg.	El decalitro....Dl.
El hectómetro...Hm.	El hectógramo...Hg.	El hectolitro...Hl.
El kilómetro....Km.	El kilógramo....Kg.	El kilolitro....Kl.
El mirímetro...Mm.	El miriágramo...Mg.	El miriálitro...Ml.
El metro cua- drado.....m.cd.	El quintal mé- trico.....Qm.	
La centárea.....cá.	La tonelada mé- trica.....Tm.	
El área.....á.		
La hectárea.....Ha.		
El metro cúbico.....m.cb.		

Figura 3. Representación tabular y simbólica (p. 20)

Gráfico. Se presentan figuras geométricas para la visualización de unidades como el metro cuadrado y el metro cúbico (ver Figura 4).

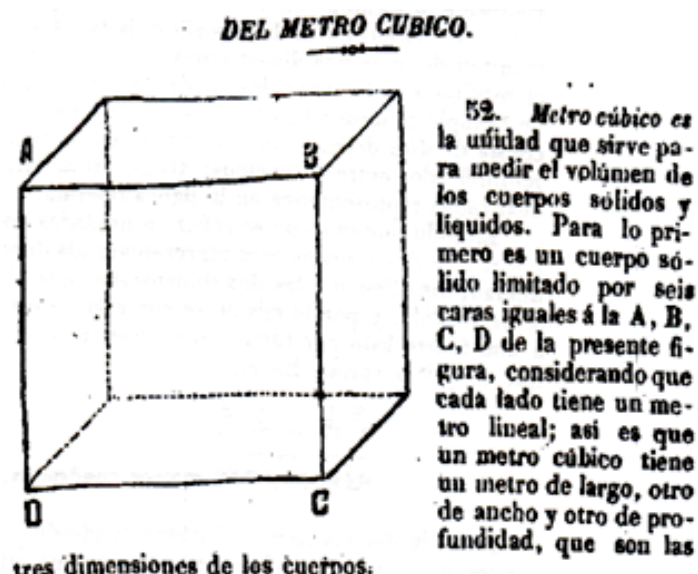


Figura 4. Representación gráfica de un metro cúbico (p. 45)

Fenomenología

Se identifican dos tipos de fenómenos en la presentación de situaciones: naturales y matemáticos.

Fenómenos naturales. Se presentan situaciones físicas de la naturaleza. Entre ellas, temperatura, pureza, clima y tiempo atmosférico. Por ejemplo, “El agua que ha de emplearse para formarla, ha de estar destilada y á la temperatura de 4 grados del centígrado” (p. 47).

Fenómenos matemáticos. Las pesas y medidas del SMD se presentan en un contexto de aplicación de una o varias operaciones aritméticas.

RESULTADOS

A partir de los objetivos del estudio, pero fundamentalmente de su propósito, hemos podido establecer algunos resultados sobre el proceso de implantación del SMD en España, las fuentes y procedimientos para su introducción en la sociedad, los obstáculos surgidos y los aportes realizados por matemáticos españoles en el proceso.

Etapas Históricas en la Implantación del SMD

El estudio de los antecedentes históricos (Aznar, 1997; Peralta, 1999) permitió establecer que el proceso de implantación del SMD en España estuvo caracterizado de tal forma que pueden distinguirse tres etapas en el período 1849-1892.

La primera etapa comienza con la promulgación de la ley del 19 de julio de 1849 y comprende la inserción de las nuevas pesas y medidas en las dependencias del Estado (1849-1867). Dentro de esta etapa se encuentra el momento en que debía iniciar la enseñanza de las nuevas unidades de pesas y medidas en todas las instituciones educativas del Estado (1 de Enero de 1852).

La segunda corresponde a las iniciativas de generalización del SMD en España (1868-1879). Esta época comprende desde el momento en que se establece la obligatoriedad de uso del SMD —para todos los particulares y la publicación del reglamento correspondiente para el desarrollo de la Ley de Pesas y Medidas— hasta el año en que se ordena nuevamente el planteamiento del sistema métrico y se dispone extender la obligatoriedad de su uso en la península y las posesiones de España en América y África.

La tercera etapa definida corresponde a la legalidad y obligatoriedad del uso definitivo de las unidades de pesas y medidas del SMD. Se extiende desde 1880, cuando se proclama la ilegalidad del uso de cualquier unidad de pesas y medidas distinta a las establecidas en el nuevo sistema, hasta 1892, cuando se dicta la ley para el regimiento de un único y definitivo sistema de pesas y medidas en España: el SMD.

Los Textos de Matemáticas en el Período 1849-1892

La definición de estas etapas y la selección de textos para cada una de ellas nos permitieron asegurar una representatividad de textos a lo largo de todo el período seleccionado para el estudio.

Siendo uno de los criterios para la selección de textos, la definición de las etapas permite reconocer algunas tendencias en cuanto al estilo de los textos y, junto con la aplicación del análisis de contenido, ciertas particularidades en cuanto a su contenido.

En la primera etapa se identifican los primeros textos editados para la enseñanza y el aprendizaje de las unidades métricas como parte de la instrucción matemática —tanto de la enseñanza a niños y jóvenes como de la formación de los profesores— así como aquellos destinados para la capacitación de funcionarios estatales y administrativos.

En la segunda etapa se reconocen textos destinados a la instrucción generalizada de particulares y a la extensión de las nuevas medidas a los pobladores de las posesiones españolas fuera del territorio peninsular.

Y, en la tercera etapa, se identifican textos para la difusión generalizada y mejor elaborados para la enseñanza y el uso del comercio.

En lo que sigue presentamos, para cada una de las etapas, algunos resultados generales del análisis de contenido, organizando la información sobre la fenomenología de forma independiente a las tres etapas pues representa un aspecto poco variable en las mismas.

Etapas 1849-1867

En general, en esta etapa algunos textos incluyen un breve apartado con algunas explicaciones relacionadas al SMD, las unidades de medida y las equivalencias que lo conforman, mientras que otros se dedican en su gran mayoría a la exposición de esta temática.

Independientemente de esta clasificación, la presentación de conceptos como cantidad, unidad, magnitud, medida y número es escasa. Suelen presentarse las definiciones de cantidad, unidad y número con cierta relación entre ellas y acen- tuando al número como la medida de una determinada cantidad.

El SMD es concebido y presentado como un conjunto de unidades para distintos tipos de medidas, definición a la que se anexan comentarios relacionados con su legalidad, su relación con el sistema decimal y su utilidad en el trato con pesas y medidas de uso común. Siendo el elemento fundamental del sistema, el metro se presenta desde diferentes perspectivas: (a) etimológica, como la palabra griega cuyo significado es medida; (b) instrumental, como la unidad usual para realizar medidas de longitud; y (c) técnico-científica, como equivalente a la longitud de la diezmillonésima parte de la distancia de un cuadrante de meridiano terrestre.

Las unidades básicas para las medidas de longitud, capacidad, volumen, superficie (agrarias) se presentan con cierta uniformidad en los textos, pero se da una doble presentación en las unidades correspondientes a las medidas ponderales —gramo o kilogramo— y una omisión del metro cuadrado como la unidad para las medidas de superficie con dimensiones pequeñas.

Los múltiplos y divisores se presentan a partir de las palabras griegas y latinas, con su respectivo significado. Se forman con la anteposición de estas a la unidad básica.

No existe un consenso entre los autores para la presentación de la unidad monetaria. Se presentan el real y el escudo como unidades básicas del sistema monetario.

En cuanto a los procedimientos, se fomenta el desarrollo de destrezas como la lectura y escritura de números métricos, la aplicación de operaciones y las formas de realizar reducciones, y el establecimiento de equivalencias entre unidades de una misma especie y de sistemas distintos.

La representación de los conceptos se realiza mediante modos, siendo el textual y el tabular los más comunes. El numérico, el simbólico y el gráfico también se utilizan, pero en menor grado.

Etapas 1868–1879

Generalmente, se da una omisión de los conceptos de cantidad, unidad, magnitud, medida y número. Sin embargo, el análisis permite inferir algunas concepciones implícitas sobre cantidad, unidad y medida.

Para la presentación del SMD, algunos textos inician con datos relacionados a su origen y legalidad, otros los omiten. Las definiciones que proporcionan del SMD son escasas en información técnica y científica y se orientan más a los usos comunes. La presentación del metro responde más a un punto de vista instrumental.

Las unidades de medidas comunes en su presentación son el metro, el litro y el kilogramo. Aquí es observable cómo el énfasis se da a las que directamente se relacionan con el comercio tradicional de productos (longitud, capacidad y peso).

Hay una diferencia entre los textos en cuanto a la presentación de los múltiplos y divisores, que se omiten en uno de los textos, mientras que en el otro se hace una presentación amplia de los mismos.

La presentación del real y el escudo como unidad básica del sistema monetario, evidencia nuevamente una dicotomía en cuanto a la definición de la unidad monetaria en esta época.

Los procedimientos planteados son escasos. Los que se presentan fomentan el desarrollo y aplicación de destrezas básicas y se orientan al uso de tablas de equivalencias, la lectura de números métricos y la aplicación de operaciones con decimales. Esto fortalece la evidente tendencia comercial de los mismos.

Los conceptos se representan mediante la narración textual o verbal de la información y el uso de tablas. Los modos textual y tabular son los más empleados, mientras que el numérico se utiliza en menor grado.

Etapas 1880–1892

El análisis ha permitido reconocer una escasa presentación de conceptos como magnitud, medida, cantidad, unidad y número, centrada en la exposición de los tres últimos.

El SMD se concibe como un conjunto de nuevas unidades de pesas y medidas que responden a una disposición legal. Sin duda, esta última cualidad res-

ponde a las acciones llevadas a cabo que caracterizan esta etapa: la legalidad y obligatoriedad de uso definitivo de las unidades de pesas y medidas del SMD. Las definiciones incluidas sobre el metro son de tipo instrumental y científico.

Las definiciones correspondientes a las medidas de superficie, capacidad, solidez y peso se presentan a partir de su derivación del metro. Su definición es más técnica. Las unidades que aparecen con más frecuencia son el área, el litro y el gramo (o el kilogramo). Es observable el interés por la presentación de las unidades básicas aplicables directamente al comercio de productos agrícolas e industriales.

No es posible reconocer una uniformidad en la presentación de los múltiplos y divisores. A pesar de que la forma más común de presentación es la utilización de vocablos griegos y latinos, en algunos de los textos también se presentan nuevos tipos de múltiplos y divisores para determinadas especies de medidas como las llamadas “medidas intermedias” —el micrón y dos múltiplos más para el área—. En otros textos no hay especificaciones al respecto.

Los textos analizados en esta etapa son los únicos en los que se aprecia uniformidad en la unidad monetaria oficial: la peseta, debido quizás al establecimiento de esta moneda el 19 de octubre de 1868.

Los aspectos procedimentales se centran en fomentar el desarrollo de destrezas para la correcta escritura de números métricos, el uso de tablas de reducciones y equivalencias, el establecimiento de precios y el pago correcto de mercancías.

La representación de conceptos se realiza mediante los tipos tabular, numérico, textual y simbólico. El modo gráfico no es apreciado.

Contextos y Situaciones para las Unidades de Medida del SMD en la España del Siglo XIX

El análisis fenomenológico permitió identificar diversos contextos en los cuales se muestran las situaciones utilizadas para la presentación de las unidades métrico decimales. Estos contextos responden a siete tipos de fenómenos distintos y que son comunes a lo largo de las tres épocas definidas en el proceso de adopción e implantación del SMD: matemáticos, naturales, mercantiles, arquitectónicos o de ingeniería, agrícolas, topográficos y morfológico-lingüísticos.

Cabe destacar el énfasis dado a los tres primeros tipos de fenómenos. Para los matemáticos se recurre a numerosas situaciones que involucran la utilización de operaciones aritméticas básicas. Los números naturales abarcan la presentación de la unidad de medida para la ponderación desde condiciones físicas de la naturaleza como la temperatura y la pureza de sustancias. Los fenómenos mercantiles incluyen situaciones propias del comercio como la compra y venta de productos agrícolas que ejemplifican una de las mayores utilidades del SMD.

CONCLUSIONES

A pesar de no formar parte esencial de los resultados propios del análisis de contenido, es destacable el rol del maestro o del profesor de matemáticas como agente propulsor en la difusión de nuevos conocimientos matemáticos en la acción educativa en el aula y en la preparación de material y unidades didácticas (los textos).

A lo largo de la segunda mitad del siglo XIX se evidencia en los textos una marcada influencia social y política en la elaboración de manuales y textos para la difusión del SMD en áreas como la educación, la administración, el comercio y la ciencia. Estos textos se centran en resaltar situaciones de contextos comerciales, mercantiles y naturales, a los que más se acercaba la realidad social y cotidiana de la época.

No se reconoce un mejoramiento en la evolución del SMD como una estructura matemática en las tres etapas definidas. Esto se refleja en la presentación poco favorable que se realiza de distintos conceptos como magnitud, unidad, cantidad, número, medida y otros vinculados con las pesas y medidas de este sistema.

Contrariamente, sí ha sido posible reconocer una evolución favorable en su presentación desde un punto de vista instrumental y de su valor científico; es decir, como una herramienta útil en la atención de situaciones comerciales de la época y un producto destacable de la ciencia. Se reconoce la utilidad instrumental y el valor técnico-científico del metro, la unidad fundamental del sistema.

En cuanto a las representaciones, los textos priorizan el uso de aquellas de tipo verbal y tabular. La mejor manera de transmitir las especificidades del nuevo sistema fue mediante el texto como representación escrita, verbal, y de tablas que facilitaran la presentación de equivalencias entre unidades y los procesos de reducción y conversión entre las mismas.

En cuanto a los procedimientos utilizados para la difusión del nuevo sistema existe una tendencia contante a lo largo de la segunda mitad del siglo XIX. Estos convergen en el desarrollo de destrezas matemáticas como la práctica y preparación en la lectura y escritura de números métricos —para la presentación de cantidades con las unidades del SMD—, la aplicación de operaciones y el uso de tablas.

A pesar de no ser uno de los objetivos de nuestro estudio, éste ha permitido evidenciar la utilidad de la técnica de análisis de contenido en el análisis de textos históricos de matemáticas, específicamente para el estudio de determinados conceptos o estructuras matemáticas.

En un marco general, el análisis de contenido facilitó las herramientas para observar, desde la didáctica, las diversas formas de presentación, representación y aplicación de las unidades de medida del SMD en una sociedad y momento histórico determinados. También permitió verificar la concepción del SMD, principalmente desde el ámbito social y comercial. La enseñanza fue el mejor medio para su difusión, como un conocimiento matemático nuevo y útil. Su reconoci-

miento científico y técnico quedó a la academia de investigadores y científicos de la época.

Agradecimientos

Este trabajo ha contado con la financiación de la Junta de Becas de la Universidad Nacional (UNA) y el Fondo de Incentivos del Consejo Nacional para Investigaciones Científicas y Tecnológicas (CONICIT) del Ministerio de Ciencia y Tecnología de la República de Costa Rica y se ha realizado dentro del Grupo de Investigación Didáctica de la Matemática. Pensamiento Numérico (FQM-193) del Plan Andaluz de Investigación, Desarrollo e Innovación, con sede en el Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

REFERENCIAS

- Aznar, V. (1997). *La unificación de los pesos y medidas en España durante el siglo XIX. Los proyectos para la reforma y la introducción del sistema métrico decimal*. Tesis doctoral. Valencia, España: Universidad de Valencia.
- Bardin, L. (1977). *L'analyse de contenu*. París: PUF.
- Berelson, B. (1952). *Content analysis in communication researches*. New York: Free Press.
- Cardoso, C. (1989). *Introducción al trabajo de la investigación histórica: conocimiento, método e historia*. Barcelona, España: Crítica.
- Cohen, L. y Manion, L. (2002). *Métodos de investigación educativa* (2ª ed.). Madrid, España: La Muralla.
- Fernández, A. y Rico, L. (1992). *Prensa y educación matemática*. Madrid, España: Síntesis.
- Gómez, B. (2011). El análisis de manuales y la identificación de problemas de investigación en Didáctica de las Matemáticas. *PNA*, 5(2), 49-65.
- Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas. *Revista EMA*, 7(3), 251-292.
- Grajales, T. (2002). La metodología de la investigación histórica: una crisis compartida. *Enfoques*, 14, 5-21.
- Kerlinger, F. (1981). *Investigación del comportamiento: técnicas y metodología*. México D.F., México: Interamericana.
- Krippendorff, K. (1990). *Metodología del análisis de contenido*. Barcelona, España: Paidós Ibérica, S. A.
- Maz, A. (2000). *Tratamiento de los números negativos en textos de matemáticas publicados en España en los siglos XVIII y XIX*. Memoria de tercer ciclo, Universidad de Granada, España.
- Maz, A. (2005). *Los números negativos en España en los siglos XVIII y XIX*. Tesis doctoral, Universidad de Granada, España.
- Maz, A. y Rico, L. (2007). Situaciones asociadas a los números negativos en textos de matemáticas españoles de los siglos XVIII y XIX. *PNA*, 1(3), 113-123.

- Maz, A. y Rico, L. (2009). Negative numbers in the 18th and 19th centuries: phenomenology and representations. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 17(1), 537-554.
- Peralta, J. (1999). *La matemática española y la crisis de finales del siglo XIX*. Madrid, España: Nivola.
- Picado, M. (2009). *Tratamiento del sistema métrico decimal en textos de matemáticas en España en el período 1849-1892*. Trabajo de investigación tutelada, Universidad de Granada, España.
- Rico, L., Marín, A., Lupiáñez, J. L. y Gómez, P. (2008). Planificación de las matemáticas escolares en secundaria. El caso de los números naturales. *Suma*, 58, 7-23.
- Ruíz, J. (1997). El método histórico en la investigación histórico-educativa. En A. Viñao y N. de Gabriel (Eds.), *La investigación histórico-educativa: tendencias actuales* (pp. 131-202). Barcelona, España: Ronsel.
- Salkind, N. J. (1999). *Métodos de investigación*. México D.F., México: Prentice Hall.
- Schubring, G. (1991). Categorías teóricas para la investigación en la historia social de la enseñanza de la matemática y algunos modelos característicos. *Épsilon*, 19, 102-106.
- Segovia, I. y Rico, L. (2001). Unidades didácticas. Organizadores. En E. Castro (Ed.), *Didáctica de las matemáticas en la educación primaria* (pp. 83-104). Madrid, España: Síntesis.
- Sierra, M. y González, M. T. (2003). El método de investigación histórico en la didáctica del análisis matemático. En E. Castro, P. Flores, T. Ortega, L. Rico y A. Vallecillos (Eds.), *Actas del VII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 109-130). Granada, España: Universidad de Granada.
- Sierra, M., Rico, L. y Gómez, B. (1997). El número y la forma: libros e impresos para la enseñanza del cálculo y la geometría. En A. Escolano (Ed.), *Historia ilustrada del libro escolar en España: del Antiguo Régimen a la Segunda República* (pp. 373-398). Madrid, España: Fundación GSR.
- Vilar, P. (1980). *Iniciación al vocabulario del análisis histórico*. Barcelona, España: Crítica.

Miguel Picado	Luis Rico
Universidad de Granada	Universidad de Granada
miguepicado@hotmail.com	lrigo@ugr.es